

突发！OpenAI下一代AI攻克10项菲尔兹奖级难题

算法与数学之美 2026年8月2日 16:12 安徽



OpenAI还有大招！

奥特曼刚演示的内部模型Astra，一口气在10个数学难题取得重大突破！

1. **High-dimensional sphere packing.** The asymptotic strength of the Cohn–Elkies linear program is determined exactly. This gives an improved general packing bound in high dimensions and settles the corresponding Fourier sign-uncertainty problem asymptotically.
2. **Binary and spherical codes.** Classical upper bounds for fixed-distance binary and spherical codes are improved by exponential factors for all parameters. The spherical construction also recovers the sphere-packing exponent of Chapter 1.
3. **Non-sofic groups.** An explicit non-sofic group is constructed, resolving the question of whether every countable group admits finite permutation approximations. The argument uses property-(T) expanders and the binary Leavitt algebra.
4. **Connes’s rigidity conjecture.** Infinitely many pairwise nonisomorphic property-(T) groups are constructed with the same group von Neumann algebra, disproving Connes’s conjecture and answering a related finite-to-one question.
5. **Arithmetic circuit complexity.** For the permanent, division-free circuits require $\Omega(n^2 \log \log n)$ gates, while formulas require $\Omega(n^4 / \log n)$ leaves.
6. **Quantum parallel repetition.** Exponential parallel repetition is proved for every finite two-player entangled game, extending the classical repetition principle beyond previously treated special classes of quantum games.
7. **Closest vector problem.** A direct reduction from 3SAT gives $n^{1/400}$ -factor hardness for Euclidean closest vector, with related consequences for binary decoding and other lattice norms.
8. **Ehrhart’s volume conjecture.** The sharp bound $(n+1)^n/n!$ is proved in every dimension for convex bodies whose barycenter is their only interior lattice point.
9. **Multicolor Ramsey numbers.** A superexponential lower bound proves $R_k(3) = k^{\Theta(k)}$.
10. **Compactness and degeneracy.** Separate bipartite graph constructions disprove two conjectures in extremal graph theory: the compactness conjecture of Erdős and Simonovits and a degeneracy conjecture of Erdős.

这249页的PDF，在整个数学圈都是非常炸裂的程度。

论文：<https://cdn.openai.com/pdf/ten-proofs-oai.pdf>

证明：<https://openai.com/index/ten-advances-in-mathematics/>

Github开源Lean证明：<https://github.com/openai/ten-proofs>

数学家、美国数学学会Fellow、罗格斯大学杰出教授Alex Kontorovich难掩震惊，只留两个惊叹号。

这是一个足以载入史册的分水岭时刻：无论在数学领域，还是AGI的征程上。

说得直白些：如果这些结果经受住整个学界的检验，那么单是今天的这一轮发布，便堪称现代史上相关领域单日跨度最大的一次飞跃！

Claude Fable 5更是直言：「**按照菲尔茨奖标准，任何一项都足以获奖**」！

最令人震惊的是，破解这十大难题，OpenAI竟然只用了2000美元。

数学界地震！载入AI史册的一刻

五月份，OpenAI公布了AI发现的埃尔德什单位距离猜想的反例。

但现在确认了，这是OpenAI的下一代模型Astra破解的，也是奥特曼现在正在给美国国会演示的那个模型。

现在，OpenAI又分享了Astra在至少十年没有进展的难题上的最新成果。

这些问题涉及高维几何、编码理论、算术电路复杂度、群论、算子代数、量子复杂度、格密码学和极值组合学等广泛领域。

消息一出，数学圈瞬间炸锅！

其中，最出色的成果，可能是Astra终结了Gromov自1999年提出的非sofic群问题。

钱学森母校加州理工学院的某位数学博士称：「**这是菲尔茨奖级别的成果**」！

按照Epoch AI的OpenMath的评分标准，GPT-5.6 Sol Pro和Fable 5 Max认为：

大部分结果都能得到同行的高度认可，被评为「Major Advance」（重大进步）。

唯独第三项，具有破圈的潜质，有望成为全年数学领域最佳成果之一，被评为「突破」。

第三项结果也是一个反例：

OpenAI Astra构造出无限有限呈现的非sofic群，否定「所有可数群都是sofic」的猜想。

曼彻斯特大学皇家学会大学研究员、数学家Thomas Bloom直言：这次突破比此前OpenAI证伪单位距离猜想更重要。

而且，生成这10项突破性成果证明的总成本，如果按Sol API价格计算还不到2000美元，平均200美元。

也就是说，解决一个有科研价值的猜想大约只相当于一名研究生一个周末的津贴。

而这一切，竟只是评估一个未发布模型时意外收获的「副产品」。

另一点，大家不注意看，可能就忽略了：

这10个猜想是OpenAI精选之后的结果！

OpenAI推理模型的核心缔造者Noam Brown直接放出重话。

他直言，OpenAI确实尝试过其他难题，目前还没有成功解决一个类似黎曼猜想这样的千禧年大奖难题。

但更关键的是，**测试时计算远未封顶，连百万美元级别的世界性难题也可能被啃下。**

让人既感慨又伤感：数学还会是人类心智的荣耀吗？

249页PDF，太震撼了

这份249页的论文之所以震动数学界，不在于计算推演，而在于AI如数学大师般，在几何、代数、群论等领域同时完成降维打击式的证明与证伪。

一次在多个不同的领域，取得多项硬核突破，或许无人能及。这本身就让人印象深刻。这次我们主要介绍3大问题。

斩断世纪执念：找出史上首个「非Sofic群」

1999年，俄罗斯数学家、「数学诺贝尔奖」挪威阿贝尔奖得主Mikhail Gromov提出了sofic群的概念。

Sofic，来自希伯来语「有限」。

通俗地说，如果一个无限大的复杂群，能够用有限的置换去完美逼近、模拟它的局部乘法表，那它就是Sofic的。

你可以把它想象成「**无论多么复杂的无限三维模型，都能用有限的像素点（体素）完美渲染出来**」。

问题随之而来：所有可数群，都是sofic群吗？

这不是一个冷僻的技术细节。Sofic群的性质牵动着sofic熵理论、动力系统遍历论、算子代数等一整片数学版图。如果这个问题的答案是「否」，那就意味着存在某种根本上无法被有限结构逼近的群——整个理论框架都要重新审视。

27年间，无数顶尖数学家尝试构造反例，无一成功。

Astra给出的答案是：构造出一个无限有限呈现的非sofic群。

OpenAI Astra直接从数学的代码库里拎出了一个现成的结构：「二元Leavitt代数的单位群」，然后甩出一份无懈可击的证明：这个群绝对不可能被有限置换逼近！

为了证明这一点，AI的操作极其狂暴，它把Kun-Thom扩展图理论和著名的「汤普森群V (Thompson's group V)」糅合在一起，硬生生逼出了一个逻辑矛盾。

这就好比人类还在到处寻找无法被像素化的物质，AI直接指着桌上的一个高维魔方说：「别找了，就是它，我证明给你们看。」

完整构造。有论证。有细节。

更关键的是：用Lean 4做了形式化验证，并附上机器可独立检验的证书。

这是分水岭所在。Lean 4的证书意味着，每一个推理步骤都经过了机器的形式化核验，不存在靠「感觉对」蒙混过关的空间。

数学家Elliot Glazer第一时间确认消息属实，并称这是「迄今最重要的AI辅助数学成果」。

击碎46年冰封的结界：高维球体堆积问题

想象一下你有一个纸箱，怎么塞下最多的橘子？

在三维世界里，人类直到几百年前才通过开普勒猜想搞明白。而到了高维空间，这个问题变得如同梦魇。

2022年，数学家Maryna Serhiivna Viazovska因为解出了8维和24维的球体堆积（Sphere Packing）问题，拿下了数学界的最高荣誉「菲尔兹奖」。

震撼点：直接打破了自1978年以来人类在这个领域的「智力天花板」。

但注意，她解出的是「特定维度」。

如果维度走向无穷大，密度上限到底是多少？

自1978年两位苏联数学家给出一个极限后，整整46年，全世界最顶尖的数学家寸步难行，连小数点后几位都优化不了。

而这次，AI轻描淡写地走入了这个死胡同。

它不仅给出了全新的证明，还直接精确算出了Cohn-Elkies线性规划的指数衰减率，首次突破了1978年的边界！

这就好比人类在这座高山前爬了半个世纪爬不动了，AI直接开着直升机登顶，顺便把上山的路给铺平了。

超越菲尔兹奖得主直觉，推翻Connes刚性猜想

1982年的菲尔兹奖得主、非交换几何的奠基人Alain Connes提出了著名的「刚性猜想」：对于某类极其特殊的群，它们生成的冯·诺依曼代数（von Neumann algebra）就像指纹一样独一无二。

几十年来，数学家们一直在这个猜想的迷宫里打转。

结果，OpenAI的新模型不仅走出了迷宫，还把迷宫给拆了。

它不仅证明了康纳是错的，而且给出了一种极致碾压的证伪方式：它没有只找出一个反例，而是直接构造出了一个「可数无限的群家族」。

这些群彼此之间互不同构（长得完全不一样），但它们生成的冯·诺依曼代数却完完全全一模一样！

这就好比Connes曾断言「世上没有两片雪花拥有相同的内部原子结构」，而AI不仅找到了两片，它反手直接下了一场暴风雪，每一片雪花外观各异，但核心代数结构全等。

数学家的「破壁者」来了

「AI教父」辛顿预言：

在未来10到20年内，AI甚至可能创造出人类无法理解的新数学。

00:07

而OpenAI这次的结果让那个时间表看起来都太保守了。

除硬核数学证明外，OpenAI下一代模型Astra还知道如何利用「条件概率」去攻克量子纠缠游戏，知道如何利用「多项式求导」去建立计算复杂性下界。

解决这类问题需要真正的推理，OpenAI Astra掌握了极其深邃的纯数学直觉与构造能力。
OpenAI这次还特意公开了完整推演过程：

<https://cdn.openai.com/pdf/reasoning-walkthroughs.pdf>

这或许是一个明确的例子：AI比人类最好的数学家还聪明。

对于数学界来说，这篇论文无异于宣告着数学家的「破壁者」，已经来了。

参考资料：

<https://cdn.openai.com/pdf/ten-proofs-oai.pdf>

<https://openai.com/index/ten-advances-in-mathematics/>

<https://x.com/stalkermustang/status/2083485500250198453>

文章来源：新智元。