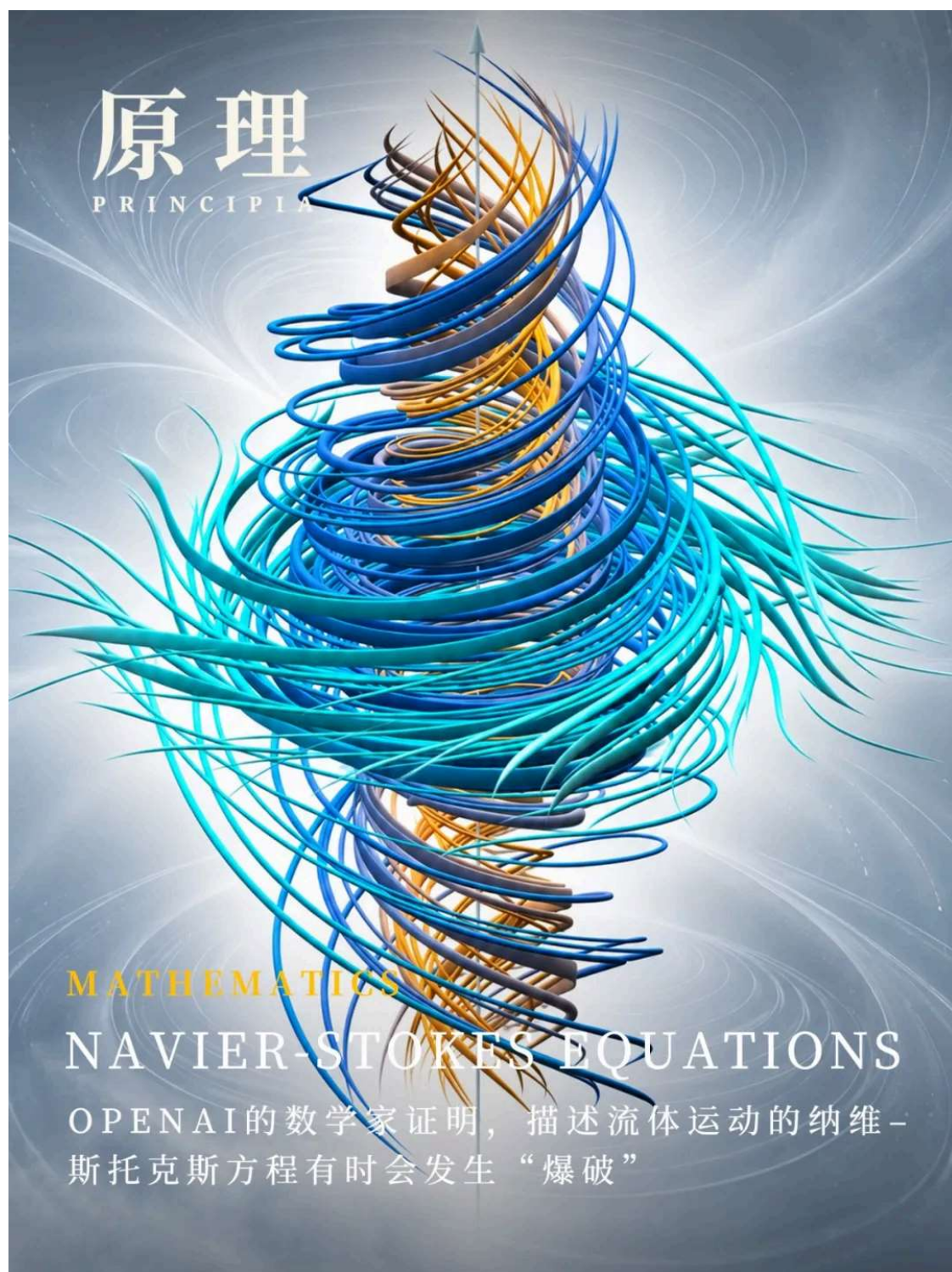


困扰数学界约90年的纳维-斯托克斯问题，被AI破解了？

小雨 原理 2026年9月9日 20:35 浙江



纳维-斯托克斯方程是一组描述流体如何运动的**微分方程**。这些方程最早可以追溯到19世纪**纳维**（Claude-Louis Navier）和**斯托克斯**（George Gabriel Stokes）的工作。从洋流、空气流动到飞机设计、天气预报和血流研究，这些方程一直是流体力学中最基本、也最重要的数学工具之一。

9月8日，OpenAI的数学家公布了纳维-斯托克斯方程**存在性与光滑性**问题的一个解答。在他们的指导下，一个由**10,000个自主AI智能体**组成的系统，在一个尚未公开的先进模型上，构造出了三维纳维-斯托克斯方程的一个解，而这个解会在有限时间内形成“**奇点**”。

这一问题已经悬而未决了约90年，也是克雷数学研究所提出的**千禧年大奖难题**之一。如果这一结果能够经受住进一步检验，它很可能成为迄今由人工智能得到的最重要数学证明之一，甚至可能标志着数学研究方式的一次转折。

一个奇点

纳维-斯托克斯方程以**牛顿第二运动定律** ($F = ma$) 为基础，把水、空气等流体看作**连续介质**，而不是逐个追踪其中的分子。换言之，在这个数学模型中，我们可以不断放大流体，研究越来越小的流体区域。但这种连续描述并不能无限延伸到真实世界的任意尺度：流体最终由分子和原子构成，并不是完美连续的。

如此一来，围绕这些方程就产生了一个看似基础、却长期以来始终没有答案的问题：如果一个三维流体最初的运动完全光滑，那么按照纳维-斯托克斯方程演化下去，它是否会永远保持光滑？

所谓失去光滑性，一种极端情形就是形成“奇点”：**随着时间演化，流体中某个越来越小的区域，其速度不断增大，并在有限时间内趋于无穷**。由于真实的液体或气体当然不可能以无穷大的速度运动，因此一旦出现这种情况，就意味着纳维-斯托克斯方程所给出的**光滑连续介质描述在这里失效**。

而这个问题最反直觉的地方在于，纳维-斯托克斯方程描述的是有**黏性**的流体。黏性可以理解为流体内部的摩擦，它通常会抑制剧烈的速度变化，**让运动变得更加平滑**。与之相比，一组更简单的**欧拉方程**描述的则是黏性为零、没有内部摩擦的理想流体。数学家也更倾向于认为，欧拉方程可能形成奇点。

长期以来，真正困难的问题正是：对于密度恒定的三维不可压缩流体，即使它最初的运动是光滑的，在黏性不断试图把运动“抹平”的情况下，三维纳维-斯托克斯方程是否仍然可能把运动集中到越来越小的尺度，最终形成奇点？

逼近最后一步

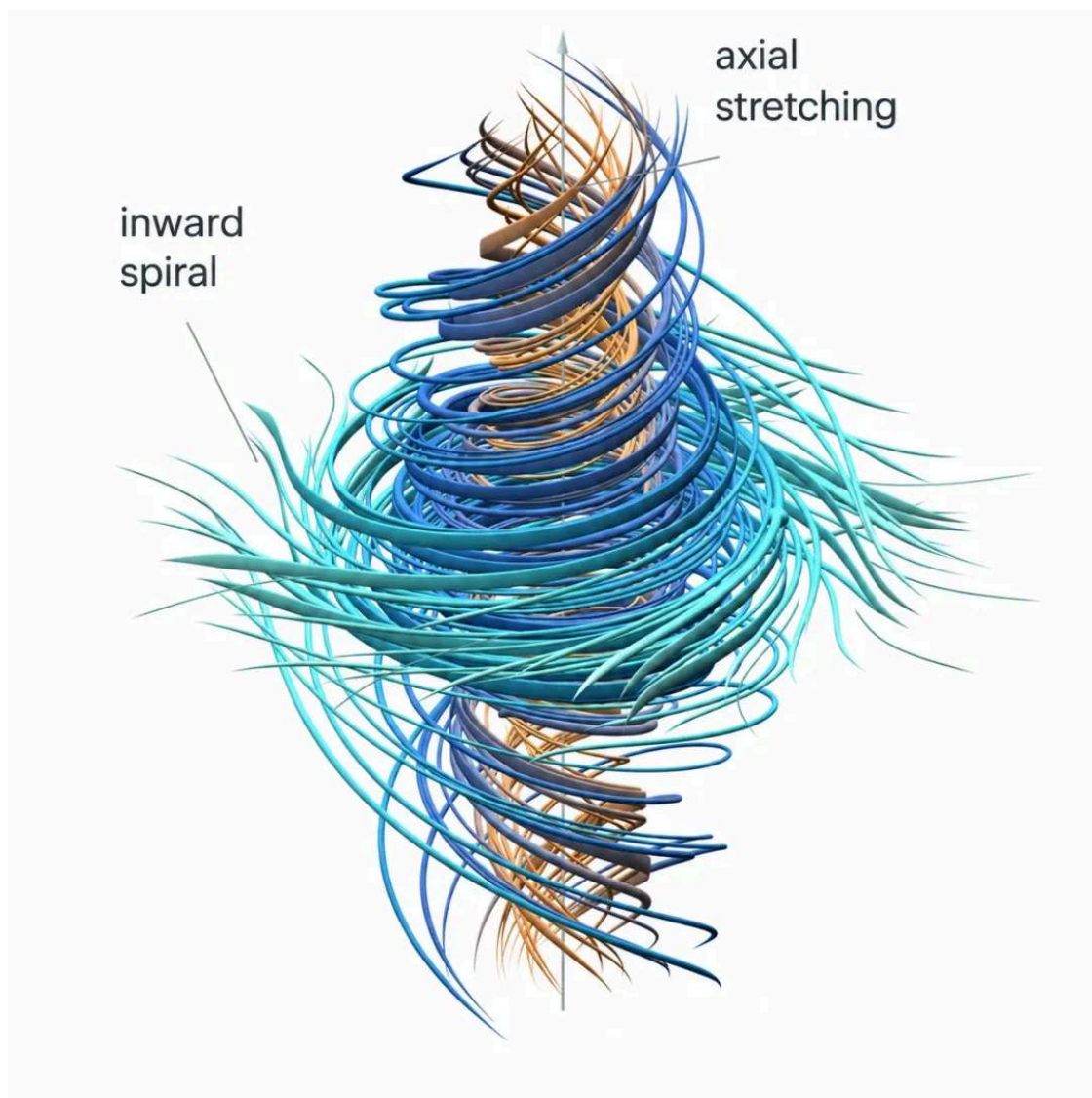
过去十多年里，数学家在逐步逼近这个问题。2013年，数学家**侯一钊** (Thomas Hou) 和**罗果** (Guo Luo) 的一项工作表明，在一个具有**边界**的圆柱体中，零黏性的欧拉方程可能发生所谓的“**爆破**”，也就是形成奇点。

随后一系列研究成果开始让数学家认真思考：不仅欧拉方程可能存在奇点，具有黏性的纳维-斯托克斯方程也可能如此。不过，这些早期结果要么依赖边界，要么距离千禧年大奖问题要求的条件仍有明显差距。

此后，一个关键突破来自**Diego Córdoba**和**Luis Martínez-Zoroa**的工作。他们发展了一种不依赖数值模拟的解析方法。其核心思路，是构造无限多个本身都没有奇点的“层”，再将它们组合成一个所谓的“**无限级联**”。

然而，即使每一层所依赖的**外力**都是光滑的，把无限多层组合起来之后，最终得到的外力函数可能出现一些不理想的数学性质。换句话说，沿着这类构造，奇点本身已经可以被制造出来，但还必须证明：这个奇点不是靠一个本身就异常的外力“硬推”出来的。

因此，剩下的最后一个障碍就是：如何构造一个类似的无限级联，使得最终不仅能够产生奇点，同时还能让外力函数保持光滑。而OpenAI这次的证明，正是要跨过这最后一道障碍。



局部不可压缩流动的一个瞬时快照。橙色表示较快的角向旋转，青绿色表示较慢的旋转。环流速度还取决于半径。图中的轨迹展示了向内螺旋运动和沿轴向的拉伸。（图/OpenAI）

最终，OpenAI构造出的这个解表现为一个不断旋转的**涡旋**。随着时间演化，这个涡旋不断向内螺旋收缩，同时沿轴向被拉得越来越细长，就像一根不断被拉长的意大利面。与此同时，涡旋中心区域不断缩小，流速却越来越快，并最终在有限时间内趋于无穷。

尽管局部速度不断增大，这个不断收缩的区域所包含的总能量仍然保持有限。这在技术上的挑战在于，纳维-斯托克斯方程中的加速度、压力梯度、动量传递和黏性等项，必须

在变得很大的同时，以极其精确的方式彼此抵消。这样一来，即使流体速度最终增长到无界，驱动它的外力仍然能够保持光滑。

一万个智能体

OpenAI并不是一开始就只瞄准这一问题。9月1日，在OpenAI听到传闻称，两个千禧年大奖难题可能已经被解决。受这一传闻以及内部模型能力显著提升的推动，他们开始利用一个尚未公开的内部模型，同时测试所有仍未解决的千禧年大奖问题。这个内部模型驱动的是一个协同智能体系统，整个系统由多个自主AI智能体小组组成，可以读取互联网缓存、运行代码，并在小组内部交换信息。

他们先让这个系统尝试了一个相对“更容易”的问题，即**把纳维-斯托克斯方程中的黏性项去掉，研究零黏性的欧拉方程是否也会出现爆破**。出乎研究人员意料的是，接近100个智能体协同工作约50个小时后，给出了一个无外力版本欧拉方程正则性问题的反证。

看到这一结果后，OpenAI判断，纳维-斯托克斯问题可能是当时最有希望取得进一步突破的目标。于是将原本分散在其他千禧年难题上的计算资源集中到这里，并把刚刚得到的欧拉方程结果提供给新的智能体作为参考。最终参与纳维-斯托克斯问题的系统规模扩大到了约10,000个同时运行的智能体。

9月5日，在第一批智能体启动约88小时后，**这套系统得到了纳维-斯托克斯方程奇点的解析证明**；随后又花费17小时，将证明转写为可由计算机严格检查的形式并完成验证。仅在解决这一问题的过程中，智能体之间就交换了约270万条消息，生成约1300亿个输出token。

还需时间

OpenAI的数学家认为，这项证明已经满足了克雷数学研究所对纳维-斯托克斯千禧年难题所提出的要求，也因此认为这个问题已经得到解决。不过，这并不意味着问题可以在结果公布当天就正式“结案”。按照克雷数学研究所的规定，一项结果必须经过同行评议，并经历一段有意保持审慎和缓慢的评估过程之后，才会进入最终的正式认定。

因此，现阶段更准确的说法仍然是：OpenAI已经给出了一个可能解决纳维-斯托克斯千禧年难题的证明，但这一结果是否最终被数学界和克雷数学研究所正式接受，还需要时间。

#参考来源：

<https://openai.com/index/navier-stokes-solution/>

<https://www.quantamagazine.org/ai-has-solved-one-of-maths-1-million-millennium-prize-problems-20260908/>

<https://www.nature.com/articles/d41586-026-02842-5>

#图片来源·



原理

科学，照亮黑暗的蜡烛。

2362篇原创内容

公众号